ISSN:1306-3111
e-Journal of New World Sciences Academy
2008, Volume: 3, Number: 4
Article Number: C0085

SOCIAL SCIENCES
SCIENCE FIELD TEACHING PROFESSION SCIENCE
❖ MATHEMATICS TEACHING
Received: May 2008
Accepted: September 2008

Ebru Bukova-Güzel
University of Dokuz Eylul
esra.bukova@deu.edu.tr
Elazig-Turkiye

YAPILANDIRMACI ÖĞRENME YAKLAŞIMININ MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNE OLAN ETKİSİ

ÖZET

Bu araştırmanın amacı, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisini incelemektir. Araştırma kontrol gruplu ön test-son test modeline dayalı yarı deneysel bir çalışmadır. Deney ve kontrol grupları Analiz-I dersini alan matematik öğretmen adayları arasından seçilmiştir. Deneklerin matematiksel düşünme süreçlerinin karşılaştırılmasında açık-uçlu problemler kullanılmıştır. Verilerin analizinden, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematiksel düşünme süreçlerine daha fazla katkı sağladığı görülmüştür. Deney grubu deneklerinin tahmin etme, genellemeleri ve hipotezleri doğrulamak için matematiksel modeller oluşturma, bu modeller arasında ilişki kurmada kontrol grubu deneklerine göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Bu çalışmanın, matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için öğrenme ortamları tasarlanırken yol göstereceği düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Düşünme, Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı, Analiz, Limit Kavramı, Matematik Öğretmen Adayları

THE EFFECT OF CONSTRUCTIVIST LEARNING APPROACH ON MATHEMATICS STUDENT TEACHERS' MATHEMATICAL THINKING PROCESSES

ABSTRACT

The purpose of this study is to examine the effect of constructivist learning approach on mathematics student teachers' mathematical thinking processes. The study is a pretest-posttest quasi-experimental research. The control and the experimental group were chosen from the mathematics student teachers attending Calculus course. The open-ended problems were used to compare subjects' mathematical thinking processes. As a result of data analyzing, it was seen that the constructivist learning approach provided more contribution to mathematical thinking processes. It was determined that the experimental group's subjects were more successful than control groups' subjects in estimating, constructing mathematical models for certifying generalizations and hypnotizes, relating among these models. It is thought that this study will guide when learning environment design to develop mathematical thinking.

Keywords: Mathematical Thinking, Constructivist Learning Approach, Calculus, Limit Concept, Mathematics Student Teachers

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı (YÖY), nasıl öğrendiğimiz ile ilgili bir öğrenme yaklaşımıdır ve ana öğesi olan öğrenme, yapılandırma, yaratma, bulma ve bireyin kendi bilgisini geliştirmesi anlamında kullanılmaktadır. Yaklaşıma göre bilgi, insanlardan, yazılı kaynaklardan ya da değişik iletişim araçlarından elde edilebilmektedir. Kuşkusuz, yapılan bu bilgi edinme çabası önemlidir ancak bilginin duyulması ya da görülmesi ya da transferi onu öğrenmek demek değildir [1].

YÖY genel anlamıyla, yerinde ve doğru bağlantılar kurularak bilginin bütünleştirilmesi olarak adlandırılmaktadır [2]. Yapılandırma sürecinde birey var olan bilgileri ile yeni karşılaştığı durumlara anlam kazandırma, aralarında ilişki kurma ve bu yolla yeni kavramlara ulaşma çabası içine girmektedir. Öğrenenlerin yeni karşılaştıkları durumlara anlam kazandırabilmesi için öncelikle, yapı ile ilgili olabilecek ön öğrenmelerinin eksiksiz olması gerekmektedir. Aynı zamanda bireyin var olan öğrenmeleri, deneyimleri ve görüşleri ile yeni karşılaştıkları durumlar arasındaki bağlantıları anlamlı bir şekilde kurabilmesi ve geliştirmesi de önemlidir.

YÖY'ün daha iyi anlaşılması için kuramcılarının bakış açılarına bakılabilir. Yetkin bir biyolog ve eğitimci olan Piaget geliştirdiği öğrenme kuramında YÖY'e dayanan bilişsel öğrenmeyi, biyolojik bir yaklaşımla, organizmanın uyarlayıcı fonksiyonu olarak görmektedir. Piaget öğrenmeyi, özümleme, düzenleme ve dengeleme süreçleri ile açıklamaktadır. Bireyler var olan bilgilerini, ön öğrenmelerini ve bunların oluşturduğu bilişsel yapıları kullanarak yeni karşılaştıkları durumları anlamlandırmaya çalışırlar. Bu süreçte birey sürekli bir denge durumuna ulaşma çabası içinde olur. Dengeyi sağlamak için, var olan anlayışını geliştirebilir ya da değiştirebilir [3]. Von Glasersfeld tarafından ortaya atılan ve kökeni Piaget'in bilişsel öğrenme kuramına dayanan radikal YÖY ise bilginin oluşturulma düşüncesini genişletmektedir [4]. Von Glasersfeld radikal YÖY'ü iki ilke doğrultusunda oluşturmuştur. Bunlardan ilki, bilginin pasif bir şekilde alınamayacağı ancak bireyler tarafından aktif bir şekilde oluşturulacağı, ikincisi ise bilişsel gelişimin yaşam deneyimlerimizi anlamlı hale getireceğidir [5]. Sosyal YÖY ise temelde Lev Vygotsky'nin öğrenme kuramına dayanmaktadır. Bilişsel gelişmeyi biyolojik gelişme ile açıklama eğiliminde olan Piaget'nin aksine Vygotsky'nin yaklaşımının ana felsefesinde öğrenmeye sosyo-kültürel çevrenin de eklenmesi vardır. Burada öğrenme, etkileşimi gerektiren sosyal bir süreç olarak görülür[6].

YÖY'ün matematiksel kavramların oluşturulmasında önemli katkılar sağladığını ve matematik eğitimini amaçlarına uygun hale getirdiğini ortaya koyan pek çok çalışma vardır [7, 8, 9, 10 ve 11]. Matematik Eğitiminin Genel Amaçları incelendiğinde bu amaçların bir kısmının matematiksel düşünme ile bire-bir ilişkili olduğu görülmektedir [12]. Geleneksel öğrenme yaklaşımları, amacın bu yönlerini dikkate almak yerine öğrencileri düşünmeden, bilgileri yorumlamadan öğrenmeye yani ezberlemeye yöneltmektedir. Oysa YÖY'de öğrenme ortamlarının özellikleri bireyin bu yönlerini geliştirmede oldukça etkilidir. Matematik yığmalı bir bilim dalı olduğundan ezberleme, kavramları oluşturamama ve kavramları birbiri ile ilişkilendirememe giderilemeyecek yaraların açılmasına neden olabilir. Çünkü ön öğrenmelerdeki eksiklikler yeni kavramların oluşumunu engellemektedir. Bu nedenle matematiksel kavramlar sağlam temellere oturtulmalı, anlamlı ve tam öğrenmenin gerçekleşmesi sağlanmalıdır. YÖY, öğrenenin bilgiyi yapılandırmasına, yorumlamasına, var olan bilgileri ile ilişkilendirmesine ve geliştirmesine fırsat vermektedir. Böylelikle bireyleri araştırmaya yönelterek, onları problem çözme durumlarıyla karşı karşıya bırakarak, sorgulama, yaratıcı olabilme, matematiksel düşünebilme, analiz-sentez yapabilme gibi üst düzey davranışlarının gelişmesine yardımcı olmaktadır [13]. Bu üst düzey davranışlardan biri olan matematiksel düşünme, insanların yaşamlarında karşılaştıkları olaylara, amaçlı, sistematik, doğru, kesin ve en kısa yoldan anlam kazandırmalarını sağlayan önemli bir kavram olmaktadır [14]. Her düşünmede olduğu gibi matematiksel düşünmede de algılardan hareket ederek bir ürüne ulaşma çabası vardır. Bu çaba sırasında kullanılan yaklaşımlarda bireysel kimi farklılıklar olabileceği açıktır. Matematiksel düşünme, bireyin önceden öğrenmiş olduğu matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak, soyutlama, tahmin etme, genelleme, hipotez kurup test etme, usa vurma, ispatlama ve betimlemelerle yeni bir bilgiye ya da kavrama ulaşması olarak düşünülmektedir [13].

Bireyler, yaşamlarının her aşamasında karşılaştıkları olay ve olguları çözümlemede, farkında olarak ya da olmayarak, matematiksel düşünmelerini kullanmaktadırlar. Dolayısıyla, günümüzde her alanda kullanılması gereken bir düşünme biçimidir. Yaşamı boyunca birey, okulda, işte problem çözmeye çalışmaktadır [15]. Bunun için de matematiksel düşünmeye gereksinim duymaktadırlar. Dolayısı ile her alandaki bireylerin ihtiyaçlarını karşılamak üzere matematiksel düşünmenin geliştirilmesi gereken bir niteliktir.

Bilişsel ve sosyal öğrenmeler ile kendini sürekli genişletebilen bir yapıya sahip olan matematiksel düşünme, öğrenmeler artıkça gelişme göstermektedir. Bu bağlamda matematiksel düşünmenin oluşum süreçlerinin belirlenmesi ve bu yönlü gelişimin sağlanması için çalışmalar yapılması gerekmektedir. Matematiksel düşünmenin oluşum sürecinin "matematiksel düşünmeye başlangıç aşama"sı ile başladığı belirtilmektedir [16]. Bu aşamada bireyin olay, olgu ve problemleri anlama ve anlamlandırma çabası göze çarpmaktadır. İkinci aşama ise "matematiksel düşünmeye yoğunlaşma" olup burada bireyin anlamlandırdığı problemleri çözmede gerekli matematiksel bilgileri ve kavramları belirleme, bunlar arasında ilişkiler kurması, uygun matematiksel yaklaşımları seçmesi, örneklemeler yapması, örüntüleri belirlenmesi kısacası bir veri derlemesine girmesi gerekmektedir. Bu yoğunlaşma aşaması beraberinde tahminlerde bulunmayı, bu tahminlere dayalı hipotezler kurup test etmeyi, tahminleri ispatlamayı başarılı olma durumunda yeni bir düşünmeye temel atıldığı başarısız olma durumunda ise tekrar başlangıca dönmeyi gerektirir [16]. Bu yönü ile matematiksel düşünmenin sürekli bir fonksiyon tanımladığı, bir düşünceden yeni bir düşünceye ulaşma mantığının geçerli olduğu söylenebilir.

Yapılan çalışmalar, bireyin matematiksel düşünmesinin sürekli geliştirilmesi gereğini de vurgulamaktadırlar [15]. Bunu gerçekleştirmek için, uygun bir öğrenme ortamı tasarımı ve bu ortamda bireyin düşünce üretimine katkı sağlayabilecek farklı yaklaşımlarının sergilenmesi önem kazanmaktadır. Böyle bir ortamın, sorgulamaya uygun, bireylerin düşündüklerini rahatça söyleyebilecekleri ve birbirlerinin görüşlerine kimi zaman karşı çıkacakları yapıda olmasına dikkat edilmelidir [8]. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirecek öğrenme ortamlarının oluşturulması ve bu öğrenme ortamları oluşturulurken farklı öğrenme yaklaşımlarının kullanılması önem kazanmaktadır. Öğrencilerin matematiksel düşünceye sahip olmaları beraberinde öğretmenlerin matematiksel düşünceye sahip olmalarını gerektirir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının yetiştirilmesi aşamasında onlara bu becerilerin kazandırılması yararlı olacaktır. Öğretmen adaylarının matematiksel düşünce üretmeye uygun öğrenme ortamlarında öğrenim görmesi ve bu öğrenme ortamlarında kullanılan stratejilerin düşünce üretmeye uygun olmasına dikkat edilmelidir. Bu bağlamda, geleneksel öğrenme ortamlarından ayrılan yönleri nedeni ile yapılandırmacı öğrenme ortamlarının öğretmen adaylarının matematiksel düşünme gelişimine katkı sağlayıp sağlamadığı araştırılmalıdır.

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Bu çalışmanın amacı, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına dayalı olarak limit kavramının oluşturulmasının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisini incelemektir.

3. YÖNTEM (METHOD)

3.1. Araştırmanın Tasarımı (Design of Research)

Araştırma kontrol gruplu ön test-son test modeline dayalı yarı-deneysel bir çalışmadır. Kontrol grubuna geleneksel öğrenme ortamında limit kavramının öğretimi yapılırken deney grubunda yapılandırmacı öğrenme ortamında limit kavramının öğrenme etkinlikleri yardımıyla oluşturulması sağlanmıştır.

3.2. Çalışma Grubu (Participants)

Araştırma, 2005–2006 öğretim yılı güz döneminde matematik öğretmenliğine kayıtlı, Analiz I dersini alan 60 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Analiz I-A'da öğrenim gören öğrenciler deney grubu (kız=12, erkek=19), Analiz I-B' de öğrenim gören öğrenciler ise kontrol grubu (kız=11, erkek=18) olarak yansız biçimde seçilmiştir. Deneysel çalışmaya başlamadan önce, deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin matematiksel düşünme yaklaşımları açısından eşit düzeyde olup olmadıkları araştırılmıştır. Deneklerin ön ölçümlerde problemlerden oluşan matematiksel düşünme ölçme aracına verdikleri yanıtlardan derlenen verilere uygulanan t-testi ile iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır ($p = 0,892$). Test sonucu çalışmanın başlangıcında deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin eş düzeyde matematiksel düşünme yaklaşımları sergilediklerini göstermiştir.

3.3. Veri Toplama Araçları (Instruments)

Günümüzde matematiksel düşünme, yalnız matematikçiler için değil, her alanda ve her meslekte çalışanlar için gerekli bir düşünme biçimidir. O nedenle de çok önemlidir. Çalışmada deneklerin matematiksel düşünmelerini ölçmek amacıyla, Matematiksel Düşünmeyi Ölçme Problemleri (MDÖP) ölçme aracı geliştirilmiştir. MDÖP açık-uçlu problemlerden oluşan bir ölçme aracıdır. Bu ölçme aracı nitel veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır ve bazı problem örnekleri Ek 1. de verilmiştir. Geliştirilen ölçme aracında yer alan problemler, deneysel çalışmanın sonunda, çözmeleri amacı ile öğretmen adaylarına verilmiştir. Deneklerin problemlerin çözümüne yönelik yaklaşımları ile kuramsal matematiksel düşünme kriterleri karşılaştırılmıştır. Böylelikle deneklerin bireysel matematiksel düşünme düzeyleri ölçülmeye çalışılmıştır.

3.4. İşlem (Procedure)

Uygulama öncesi deneklere gerekli açıklamalar yapılmış ve gönüllü olmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Deneysel çalışma 2005–2006 öğretim yılı güz döneminde 8 haftalık bir sürede (45 dakikalık 72 ders saatinde) gerçekleştirilmiştir. Bu ders saatleri içerisinde hem tasarlanan öğrenme ortamın gereklilikleri yerine getirilmiş hem de hazırlanan değişik ölçme araçları iki gruba da uygulanarak veriler toplanmıştır.

Kontrol grubunda geleneksel öğrenme yaklaşımına dayalı olarak limit kavramı öğretilmiş dersi öğretim görevlisi anlatmıştır. Öğretim görevlisi limit kavramı ile günlük yaşam arasında ilişki kurma yönlü yaklaşımlar sergilemiş, kendi örneklerini sunmuş, kritik noktaları kendisi belirtmiş ve kavram oluşturma ile ilgili geleneksel yaklaşımını sergilemiştir. Deney grubunda ise, deneklerin etkileşiminde etkili bir oturma düzeni olan U-tipi sınıf düzeni kullanılmış ve düzenlenen öğrenme ortamında deneklerin, dörder kişilik küçük gruplar halinde çalışmaları sağlanmıştır. Birlikte çalışma grupları ile deneklerin düşünce üretmeleri, tartışma ortamı oluşturarak arkadaşlarının görüşlerini öğrenmeleri, farklı görüşleri yorumlamaları, görüş değişiklikleri durumunda anlaşabilmeleri sağlanmıştır. Deneklerin grup çalışmasında ulaştıkları sonuçları, diğer gruplarla birlikte tartışmaları sonucunda sınıfta ortak düşünce üretimi sağlanmaya çalışılmıştır. Böylelikle deney grubu deneklerinin matematiksel düşünce üretmeye alışmaları da sağlanmaya çalışılmıştır. Etkinlik ve animasyonlardan yararlanma, limit kavramının çoklu sunumlarından yararlanma, limit kavramını günlük yaşam ile ilişkilendirme, öğrencileri keşfetmeye yöneltme, birlikte çalışma, araştırma yapma, tahmin etme, tartışma, sınıflandırma, analiz etme, yorumlama ve düşünce üretme öğrenme ortamının temel stratejileri olarak alınmışlardır.

Çalışmanın tüm aşamalarında öğretmen yol göstericilik görevini üstlenmiştir. Sürekli çalışma gruplarını gezerek tartışmalarına eşlik etmiştir. Grupların daha çok düşünce üretmelerine yardımcı olmaya çalışmış ve üretilen düşüncelerin paylaşılmasını sağlama yönlü çaba harcamıştır. Tartışmalara katılım aşamalarında sorulan soruları doğrudan cevaplama yerine, karşı sorular ile öğrencileri yönlendirmiştir. Her öğrencinin ortaya attığı düşüncesinin dayanaklarını isteyerek, öğrencileri inandırıcı olmaya yöneltmiştir. Öğrenciler ise süreç boyunca araştırma yapmaya ve değişik düşünceler ortaya koymaya çalışmışlardır. Ürettikleri düşünceleri arkadaşları ile paylaşarak, kendi anlayışlarını oluşturarak, öğrenmede aktif bir rol üstlenmeye çalışmışlardır. Bunlara ek olarak, verilen problemleri çözmeye, koşulları değiştirerek ve sorular sorarak verilen problemi geliştirmeye çalışmışlardır. Bu aşamada öğretmen tarafından yapılan matematiksel düşünmelerini geliştirme yönlü yönlendirmelere uyum sağlama gayreti göstermişlerdir.

3.5. Verilerin Analizi (Data Analysis)

Nitel veri toplama aracı olarak geliştirilen MDÖP ölçme aracı değerlendirilirken deneklerin sergiledikleri yaklaşımlarının okunması ve belli gruplar altında toplanması sağlanmıştır. Deneklerin hazırlanan problemlerin çözümüne yönelik yaklaşımları ile kuramsal matematiksel düşünme kriterleri karşılaştırılmıştır. Deneklerin matematiksel düşünme düzeylerinin belirlenmesi için, geliştirilen problemleri çözme sürecindeki yaklaşımları, matematiksel düşünme kriterleri göz önüne alınarak ölçülmeye çalışılmıştır (bkz. Tablo 1).

Çözüm basamaklarında deneklerin ortaya koyduğu yaklaşımların çözümlenmesi sonucu elde edilen veriler analiz edilerek, deney ve kontrol grupları arasında var olan benzerlik ve farklılıklar bulunmaya çalışılmıştır. Bunun gerçekleştirilmesi amacıyla, deneklerin her bir kriter için aldıkları ağırlıklı puan ortalamaları bulunarak, genelde bulunduğu matematiksel düşünme düzeyleri saptanmıştır. Veriler normal dağılım gösterdiğinden, elde edilen matematiksel düşünme puan ortalamalarının karşılaştırılmasında t-testi kullanılmıştır. Böylelikle test sonuçları kullanılarak gruplar arası fark belirlenmeye çalışılmıştır.

Tablo 1. Değerlendirmede kullanılan matematiksel düşünme kriterleri
(Table 1. Mathematical thinking criteria used in assessment)

Matematiksel Düşünme Kriterleri	Puan
Kriter 1. Problemi kendi cümleleri ile ifade edebilme, anlamlandırma, verilenleri ve istenenleri belirleyebilme.	10
Kriter 2. Problemin sonucunu herhangi bir çözüm yapmadan sezgisel olarak tahmin edebilme.	15
Kriter 3. Problemin çözümünde hangi matematiksel ön öğrenmeleri kullanacağını belirleyebilme.	5
Kriter 4. Tahminlerinden yola çıkarak problem ile ilgili genellemeye ya da genellemelere ulaşma ve hipotez kurma.	15
Kriter 5. Genellemelerini ve hipotezlerini doğrulamak üzere matematiksel modeller oluşturabilme, bu modeller arasında ilişki kurabilme ve modellere anlam kazandırmada limit kavramını kullanabilme.	35
Kriter 6. Oluşturulan matematiksel modelin uygulanabilirliğini tartışma.	20

4. BULGULAR (FINDINGS)

Deneklerin verilen problemleri anlamlandırabilmek ve problemdeki olayı anlayabilmek için bazen problemle ilgili ve problemin yanına küçük notlar ekledikleri bazen de kendi cümleleri ile problemi yeniden yazdıkları belirlenmiştir. Kimi deneklerin ise bu tür bir belirlemeye hiç gereksinim duymadan, belki zihinsel bir anlamlandırma ile doğrudan çözüm aşamalarına geçtikleri görülmüştür. Bu durum deney ve kontrol grubu deneklerinin kümelenmesinden çok, bireysel çözüm yaklaşımı olarak öne çıkmıştır. Özet olarak, deneklerin Kriter 1'e yönelik yaklaşımları yönüyle, deney ve kontrol grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır (bkz. Tablo 2).

Tablo 2. Deneklerin kriter 1'e göre belirlenen puan ortalamalarının karşılaştırılması
(Table 2. Comparing subjects' score means determined by using criteria1)

Gruplar	(n)	$(\bar{x})$	(s.s.)	Önem Denetimi
Deney Grubu	31	5,9355	2,85115	p = 0,660
Kontrol Grubu	29	5,5862	3,26800	p > 0,05
				Fark Önemsiz

Deneklerin sezgisel olarak, problem ya da olaya anlam verme ve tahminler yapmalarına yönelik, Kriter 2 başlığı altında toplanan yaklaşımları incelemek amaçlı puan ortalamaları belirlenmiştir. Belirlenen puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı araştırılmıştır. Analiz sonucunda deneklerin Kriter 2'ye yönelik yaklaşımları arasında, deney grubunun lehinde istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur (bkz. Tablo 3).

Tablo 3. Deneklerin kriter 2'e göre belirlenen puan ortalamalarının karşılaştırılması
(Table 3. Comparing subjects' score means determined by using criteria 2)

Gruplar	(n)	$(\bar{x})$	(s.s.)	Önem Denetimi
Deney Grubu	31	8,2581	1,91429	p = 0,025
Kontrol Grubu	29	7,1034	1,97022	p < 0,05
				Fark Önemli

İki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı fark oluşması, deney grubundaki öğrencilerin sonucu tahmin etme yaklaşımını kullanmaları olabilir. Yapılandırmacı öğrenme ortamında ortamın yapısı gereği denekler sürekli tahmin etme yaklaşımını sergilemeye çalışmışlardır. Beraberinde deney grubu denekleri kendilerine verilen olaylar ve problemler ile ilgili çözüm öncesinde sürekli "ne olabilir?" sorusuna yanıt aramaya çalışmışlardır. Bunun deney grubu deneklerinin sezgisel yaklaşımlarının gelişmesinde önemli olduğu düşünülmektedir.

Bir problemin çözümünde, hangi matematiksel bilgilerden ve ön öğrenmelerden yararlanılacağının bir başka deyimle problemi çözmek için gerekli matematiksel bilgilerin neler olacağının belirlenmesi basamağında, her iki grup denekleri benzer yaklaşımlar sergilemişlerdir. Paralel gelişme görülen, deneklerin Kriter 3'e yönelik yaklaşımları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (bkz. Tablo 4). Bu durum paralel olarak yürütülen Analiz I derslerinde, ilke olarak ön öğrenmelerin sürekli vurgulanması ilkesinden kaynaklanıyor olabilir. Bununla birlikte denekler matematik öğretmen adayları arasından seçildiği için problemlerde kullanılacak matematiksel bilgileri ve ön öğrenmeleri belirlemede başarılı olmaları beklenen bir durumdur.

Tablo 4. Deneklerin kriter 3'e göre belirlenen puan ortalamalarının karşılaştırılması
(Table 4. Comparing subjects' score means determined by using criteria 3)

Gruplar	(n)	$(\overline{x})$	(s.s.)	Önem Denetimi
Deney Grubu	31	4,2857	0,599982	p = 0,863
Kontrol Grubu	29	4,3103	0,47082	p > 0,05
				Fark Önemsiz

Deneklerin problemleri çözme yaklaşımlarında, tahminlerinden yola çıkarak, genelleme yapma ve hipotez kurma basamağında genel anlamı ile başarılı oldukları söylenebilir ancak yine de kimi deneklerin bu basamakta sıkıntı çektikleri gözlemlenmiştir. Deney ve kontrol gruplarının kriter 4'e yönelik yaklaşımları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır (bkz. Tablo 5). Denekler problemlerin çözümünde kullanılacak matematiksel bilgileri ve ön öğrenmeleri belirledikten sonra genelmeler yapma ve hipotezler kurmada da başarılı olmuşlardır.

Tablo 5. Deneklerin kriter 4'e göre belirlenen puan ortalamalarının karşılaştırılması
(Table 5. Comparing subjects' score means determined by using criteria 4)

Gruplar	(n)	$(\overline{x})$	(s.s.)	Önem Denetimi
Deney Grubu	31	11,2872	2,0137	p = 0,747
Kontrol Grubu	29	11,3571	2,1426	p > 0,05
				Fark Önemsiz

Deneklerin pek çoğu sezgisel olarak anlamlandırabildikleri problemleri, matematiksel modellemede ve modeli kullanarak doğrulamada sıkıntı yaşamışlardır. Az sayıda denek bu aşamayı tamamlamayı başarırken, başaranların çoğu da hipotezlerini doğrulama basamağında matematik dilini yeterince kullanamamışlardır. Bir başka deyimle, somut düşünceleri bir biçimde soyutlaştırma sayılan yaklaşımda zorlanmışlardır. Buna karşın, deneklerin kriter 5'e yönelik yaklaşımları arasında, deney grubu deneklerinin lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmüştür (bkz. Tablo 6). Bu sonucun deney grubunun lehine önemli olduğu söylenebilir. Önceki kriterler de denelerin yaklaşımları incelendiğinde genel olarak benzer yaklaşımlar görülmüş sadece problemin sonucunu herhangi bir çözüm yapmadan sezgisel olarak tahmin edebilme de deney grubu denekleri daha başarılı olmuşlardır. Genellemelerini ve hipotezlerini doğrulamak üzere matematiksel modeller oluşturabilme, bu modeller arasında ilişki kurabilme ve modellere anlam kazandırmada limit kavramını kullanabilme kriterinde ise deney grubu denekleri yine farklı yaklaşımlar sergilemişlerdir.

Tablo 6. Deneklerin kriter 5'e göre belirlenen puan ortalamalarının karşılaştırılması
(Table 6. Comparing subjects' score means determined by using criteria 5)

Gruplar	(n)	$(\bar{x})$	(s.s.)	Önem Denetimi
Deney Grubu	31	15,0323	5,13474	p = 0,047
Kontrol Grubu	29	12,4828	4,55616	p > 0,05
				Fark Önemli

Denekler, çoğunlukla kendi oluşturdukları matematiksel modelin işlerliğini tartışmaya yönelik yaklaşımlar sergileme gereği duymamışlardır. Benzer olarak ek koşullar geliştirerek ya da koşulları değiştirerek, problemlere farklı açılardan yaklaşma ve problemi geliştirme eğiliminde olmamışlardır. Bu durum her iki grup için de geçerlidir ve aralarında belirgin bir farklılaşma oluşmamıştır. Bir başka deyimle, deneklerin kriter 6'ya yönelik yaklaşımları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır (bkz. Tablo 7).

Tablo 7. Deneklerin kriter 6'ya göre belirlenen puan ortalamalarının karşılaştırılması
(Table 7. Comparing subjects' score means determined by using criteria 6)

Gruplar	(n)	$(\bar{x})$	(s.s.)	Önem Denetimi
Deney Grubu	31	1,6129	2,65427	p = 0,701
Kontrol Grubu	29	1,8621	2,32570	p > 0,05
				Fark Önemsiz

5. TARTIŞMA VE ÖNERİLER (DISCUSSION AND IMPLICATIONS)

Bu çalışmada yapılandırmacı öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel düşünme gelişimleri üzerine etkisi araştırılmış ve yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının geleneksel öğrenme yaklaşımlarına göre matematiksel düşünme gelişimine daha olumlu yönde katkı sağladığı görülmüştür. Bir başka deyimle, deney grubu deneklerinin tüm kriterler göz önüne alındığında matematiksel düşünme gelişimlerinin daha üst düzeyde olduğu belirlenmiştir. Özellikle problemin sonucunu herhangi bir çözüm yapmadan sezgisel olarak tahmin edebilme, ulaşılan genellemeleri ve hipotezleri doğrulamak üzere matematiksel modeller oluşturabilme, bu modeller arasında ilişki kurabilme ve modellere anlam kazandırmada limit kavramını kullanabilme yönünde deney grubu deneklerinin kontrol grubu deneklerinin düşünme süreçlerine göre önemli farklılıklar içerdiği görülmüştür. Bunun yapılandırmacı öğrenme ortamında farklı problemler üzerinde grup ve sınıf ile birlikte tartışılması, herkesin rahatlıkla düşüncesini belirtmesi ve farklı bakış açılarının ve düşünme stillerinin görülmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte, [18]'de belirtildiği gibi öğrenme ortamında öğretmenin, öğrencilerin problemlerin çözümleri için ürettikleri farklı çözüm yollarını belirtmelerine ve bunların sınıf ortamında tartışılmasına fırsat tanıması onların matematiksel düşünmelerinin gelişimine katkı sağlamaktadır. Düzenlenen öğrenme ortamının bu yönüyle öğrencilerin matematiksel düşünme gelişimine yardımcı olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin ortaya çıkarılması için birlikte çalışma gruplarında problem çözme yaklaşımlarının kullanılması önerilmektedir [19]. Çalışmada, yapılandırmacı öğrenme ortamında öğrencilerin gruplarında arkadaşlarıyla birlikte çalışarak kendilerinden istenen görevleri yerine getirmeleri de matematiksel düşünme gelişimine katkı sağlamış olabilir. Öğrenciler bu çalışma gruplarında düşüncelerini rahatça ifade edebilmişler, birlikte problem çözmüşler, birbirlerinin düşüncelerini dinleyip doğruluklarını tartışmışlar ve kendileri problemlere ek koşullar getirerek problemleri genişletmişlerdir. Bu yaklaşımların matematiksel düşünme gelişimini olumlu yönde etkilediği düşünülmektedir.

Matematiksel düşünmenin özellikle anlamlı öğrenme ile yakından ilişkili olduğu vurgulanmaktadır [20]. Yapılandırmacı öğrenme ortamında sergilenen yaklaşımlar da limit kavramının anlamlı öğrenilmesini sağlamıştır. Çünkü anlamlı öğrenmenin göstergeleri amaca dönük ve çok yönlü olması, işbirlikli çalışmayı gerektirmesi, çevre ve koşullarla ilişkili olması, etkileşim sonucu ortaya çıkması, yansıtıcı olmayı gerektirmesi, bireyin kendi becerilerini kullanması ve bilgiyi yapılandırması olarak ortaya konulmaktadır (Bhattacharya, 2003). Bu göstergeler incelendiğinde her birinin yapılandırmacı öğrenme ortamını yansıttığı görülmektedir. Dolayısıyla, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı öğrencilerin matematiksel düşünme düzeylerinin daha üst düzeyde olmasına yardımcı olmuş olabilir. Sonuç olarak YÖY'e dayalı öğrenme ortamının üst düzey düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir.

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının problemlerin çözümünde kullanılacak matematiksel bilgileri ve ön öğrenmeleri belirlemede sıkıntı çekmedikleri görülmüştür. Ancak problemleri çözme aşamasında bazı sıkıntılar yaşamışlardır. Bu özellikle matematiksel model oluşturma, oluşturulan modellere anlam kazandırma ve uygulanabilirliğini tartışma aşamasında göze çarpmaktadır. Bu aşamadaki sıkıntılar işlemsel bilgi yönünden eksiklikler gibi görülse de aslında kavramsal anlamadaki eksiklikler ile birebir ilişkilidir. Çünkü bu aşamalarda yapılacaklar kavramsal anlamanın tam olması ile gerçeklenir. Bu sonuç [21]'in sonucu ile tutarlılık göstermektedir. Kontrol grubu deneklerinin bu aşamalarda daha çok sıkıntı çektikleri görülmüştür. Bu ise geleneksel öğrenme ortamlarının kavramsal anlamayı tam olarak sağlayamadığını gösterebilir.

Matematiksel düşünme becerilerine gereksinimin gitgide arttığı ve her alanda çalışan bireylere gerekli olduğu göz önüne alınırsa bu alandaki çalışmaların artırılması uygun olacaktır. Özellikle öğrencilerin matematiksel düşünme gelişimlerine yardımcı olacak öğrenme ortamlarının oluşturulması ve bu ortamlarda probleme dayalı öğrenme ve problem çözerek öğrenme gibi farklı yöntemler kullanılarak ne gibi katkılar elde edileceği araştırılmalıdır. Bunlara ek olarak, ortaöğretim ve ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerin tespitine yönelik çalışmaların durum belirmesi adına yararlı olacağı düşünülmektedir.

NOT (NOTICE)

Bu çalışma, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı olarak Esra BUKOVA (2006) tarafından ve Prof.Dr. Hüseyin ALKAN danışmanlığında hazırlanan doktora tez çalışmasının bir bölümünden oluşturulmuştur. Danışmanım Prof.Dr. Hüseyin ALKAN'a teşekkür ederim.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

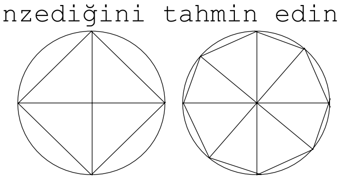
1. Mazosh, S., (2002). Constructivism. 22 Aralık 2002 tarihinde http://www.swt.edu/~sm58005/constructivism%20rp.html adresinden alınmıştır.
2. Bukova Güzel, E. ve Alkan, H., (2005). Yeniden Yapılandırılan İlköğretim Programı Pilot Uygulamasının Değerlendirilmesi. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, Cilt:5, Sayı:2, pp:385-420.
3. Bukova-Güzel, E., (2007), Matematik Öğretmen Adaylarının Limit Kavramını Öğrenmelerinde Yapılandırmacı Öğrenme Ortamının Etkisinin Belirlenmesi, Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, Cilt:7, Sayı:5, pp:1155-1198.
4. Matthews, M.R., (1998). Constructivism in Science And Mathematics Education, Kluwer Academic Publishers. 03.03.2005tarihinde http://wwwcsi.unian.it/educa/inglese/ matthews.html adresinden edinilmiştir.
5. Zulkardi, (1999). Computer Assisted Curriculum Analysis, Design and Evaluation for Mathematics Education in Indonesia. Master's thesis. Enschede: University of Twente.
6. Otting, H. and Zwall, W., (2003). Assessment in A Constructivist Learning Environment. 02 Nisan 2004 tarihinde http://www.wacerotterdam2003.nl/documents/final_papers_abstracts /083.doc adresinden edinilmiştir.
7. Caprio, M.W., (1994). Easing into Constructivism, Connecting Meaningful Learning With Student Experience. Journal of College Science Teaching, Volume: 23, Number: 4, pp:210-212.
8. Boaler, J., (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. Journal for Research in Mathematics Education. Volume: 29, Number: 1, pp:41-62.
9. O'Callaghan, B.R., (1998). Computer-İntensive Algebra And Students' Conceptual Knowledge of Functions. Journal for Research in Mathematics Education. Volume: 29, Number: 1, 21-40.
10. Durmuş, S. (2001). Matematik Eğitimine Oluşturmacı Yaklaşımlar. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi. Cilt: 1, Sayı: 1, pp:91-107.
11. Bukova Güzel, E. ve Alkan, H., (2004). Matematik Öğretiminde, Geliştirilen Öğrenme Etkinlikleri İle Yapılandırmacı Yaklaşımın Örneklenmesi. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. (9-11 Eylül 2004). İstanbul: Marmara Üniversitesi
12. Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) dersi öğretim programı kitabı, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara, 2005.
13. Bukova, E., (2006). Öğrencilerin Limit Kavramını Algılamasında ve Diğer Kavramlarla İlişkilendirilmesinde Karşılaştıkları Güçlükleri Ortadan Kaldıracak Yeni Bir Program Geliştirme. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
14. Sevgen, B., (2002). Matematiksel düşünce yapısı ve gelişimi. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi kongresi, 16-18-Eylül-2002, Ankara: ODTÜ.
15. Blitzer, R., (2003). Thinking mathematically. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall.

16. Alkan, H. ve Bukova-Güzel, E., (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi. Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt:3, pp:221-236.
17. Mason, J., Burton, L., and Stacey, K., (1985). Thinking mathematically. Bristol: Addison-Wesley Publishing Company.
18. Cai, J. and Kenney, P.A., (2000), Fostering Mathematical Thinking through Multiple Solutions. Mathematics Teaching in the Middle School, Volume:5, Number:8, pp:534-539.
19. Fraiviling, J., (2001). "Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking." Teaching Children Mathematics, Volume:7, Number: 8, pp:454-459.
20. Jung, I. (2007). Perspectives on Mathematical Thinking In Korea. 10 Eylül 2007 tarihinde http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/progress_report/specialists_session/Inchul_Jung.pdf adresinden edinilmiştir.
21. Yeşildere, S. ve Türnüklü, E., (2008), Öğrencilerin Matematiksel Düşünme Ve Akıl Yürüme Süreçlerinin İncelenmesi, Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt: 40, Sayı: 1, pp:181-213.

Ek 1. MDÖP Ölçme Aracı Problemlerine Örnekler

1. Bir çember içine köşeleri çember üzerinde olmak kaydıyla çizilen düzgün çokgenlerin kenar sayısı arttıkça, kenar uzunluğunun neye yaklaştığını, köşe sayısının nasıl değiştiğini ve oluşan şeklin neye benzediğini tahmin ediniz.

2.



Yandaki şekillerde tepe noktası dairenin merkezinde olan önce 4 daha sonra 8 tane ikizkenar üçgen çizilmiştir.

Bu üçgenlerin sayısı arttıkça (onaltı, yirmi …) nasıl bir şekil oluştururlar? Çemberin çevresini bu üçgenlerin taban uzunluğundan, dairenin alanını çizilen üçgenlerin alanlarından yararlanarak bulabilir misiniz?

3. Aşağıda verilen fonksiyonun grafiğinin nasıl olacağını tahmin ediniz. Herhangi bir işlem yapmadan bu fonksiyonun x = a noktasında limitinin olup olamayacağını sezgisel olarak yorumlayınız ve nedenini oluşturarak düşüncelerinizi yazılı ifade ediniz.

$f: IR - [a, a+1) \to IR$

$f(x) = \left| \dfrac{x-1}{[|x-a|]} \right|$

Fonksiyonun grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiği de kullanarak, bu fonksiyonun x = a+1 noktasında limitinin olup olmadığını tartışınız ve aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Fonksiyonun x=a noktasında neden limiti vardır ya da yoktur?
- Düşündüğünüzü matematiksel olarak ispatlayabilir misiniz?
- Fonksiyonun hangi x değerleri için limitinin var olacağını söyleyebilir misiniz?